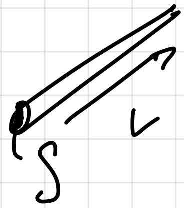
Synthèse

Résistivité : $R = \rho \dfrac{L}{S}$

Ω (for R) ; Ωm (for ρ)



Perte Joule / effet Joule : $P = UI = \dfrac{U^2}{R} = I^2 R$ (W)

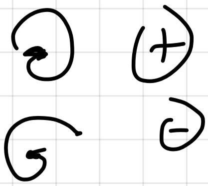
+ loi d'Ohm

$U = IR$

courant entrant = courant sortant.

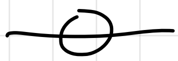
def noeud, maille, branche

$\sum U = 0$ dans une maille.

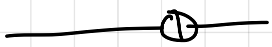


definition elementaires

- conducteur elec. permet deplacement des charges
- Isolant : permet ✗ deplacem^t charges
- Semi-conducteur : ✗ ou deplacement → parfois si grace dopage
- circuit elec ouvert : ✗ de courant
- " fermé : $\exists$ d.d.p → e^- un sens, → courant
- courant : debit charge / temps [Ampères]
- D.d.p elec. : $V_{ab} = V_a - V_b$ [volts]
- charge elementaire : 1 As [coulomb]
- Sources ideal tension : delivre tension independant courant

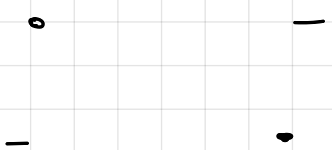


- Source ideal de courant : delivre courant independant tension



- Resistances : $R = \rho \frac{l}{S}$ [ohm (Ω)]
  - l → longueur (m)
  - S → section (m^2)
- conductance (G) = $\frac{1}{R}$ [Siemens (S)]
- court circuit : $R = 0$

- circuit ouvert : $R = \infty$



- Loi d'ohm : $U = I R$
- Puissance instantanée : $P(t) = u(t) \cdot i(t)$ [Watts]
  $= i^2(t) \cdot R = u^2(t) \cdot \frac{1}{R}$

• condensateur : accumulat° de charges
2 plaques elec + ddp.

• capacité : qté de charges accumulé avec ddp [Farad (F)]
[As/V]

// circuit ouvert

$$q(t) = C\,u(t)$$

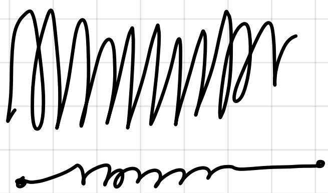
$$i(t) = C\,\frac{du}{dt}$$

nbre de boucles — inductance de la bobine

• inductance : $\Phi_{tot} = N\,\Phi_o = L I$

flux total — flux/branche — intensité

// circuit fermé

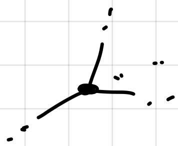


L : [Henry (H)] = [Vs/A]

tension aux bornes : $u(t) = \frac{d\Phi_o}{dt} = L\,\frac{di}{dt}$

$\longrightarrow u(t) = 0 \Longrightarrow i(t) = cst$

• noeux = convergence 3 conducteurs (ou +) :



• branche : 1 el 2 noeux & mi courant

• maille : ensemble de branche d'1 noeux à lui mi sans passer 2x par la mi branche.

→ lois Kirchoff :

• loi des noeuds : $\sum_{k=1}^{N} I_k = 0$ — courant entre (+) = courant sort (−)

• loi des mailles : $\sum_{k=1}^{M} U_k = 0$ — tension sens horaires (+) = tension sens anti-horaire (−)

Elements en Serie et en parallèles

resp.

Resistance :

- $R_s = \sum_{i=1}^{n} R_i$
- $\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

inductance :

- $L_s = \sum_{i=1}^{n} L_i$
- $\frac{1}{L_p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{L_i}$

capacité :

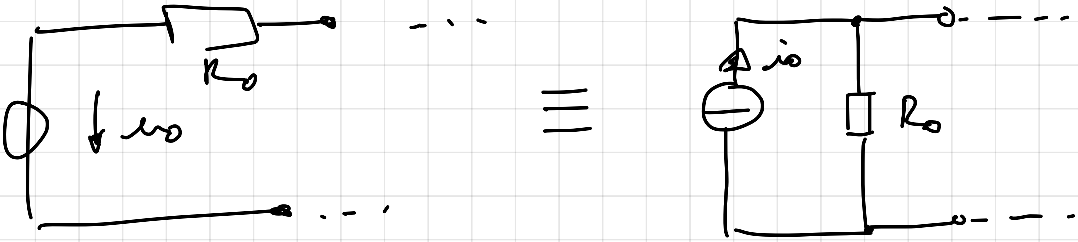
- $\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$
- $C_p = \sum_{i=1}^{n} C_i$

Serie source tension : $u_s = \sum_{i=1}^{n} u_i$

parallèle source courant : $i_p = \sum_{i=1}^{p} i_p$

- diviseur de tension : connaitre tension dans une Section (k) in courant $u_k = R_k\, i = R_k \frac{u}{R_{tot}}$
- diviseur de courant : $i_k = u \cdot \frac{1}{R_k} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i$ in tension

Equivalence

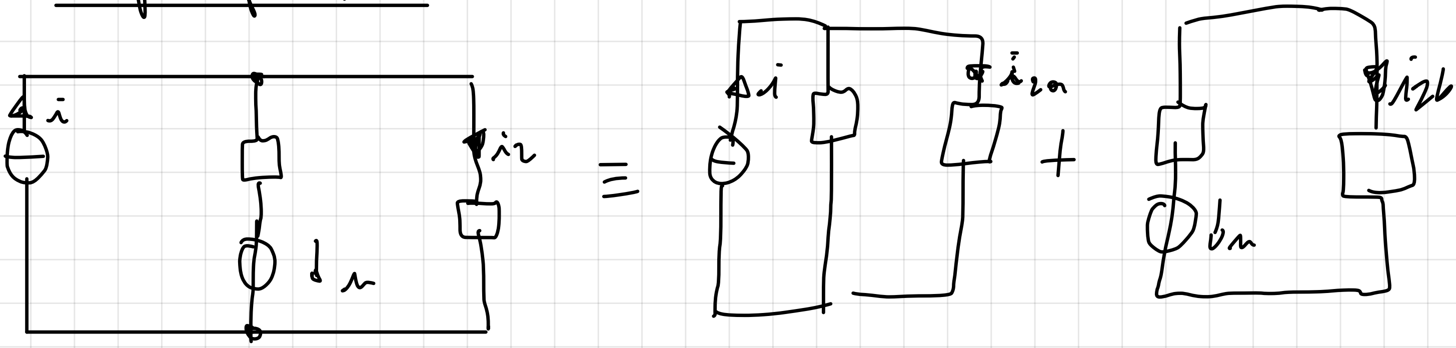


avec : $u_0 \downarrow\uparrow i_0$

$u_0 = i_0 \; R_0$

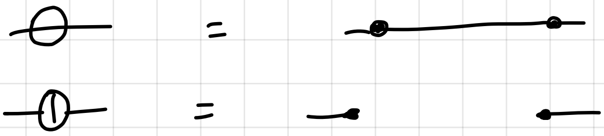
Série $\Leftrightarrow$ //

Superposition

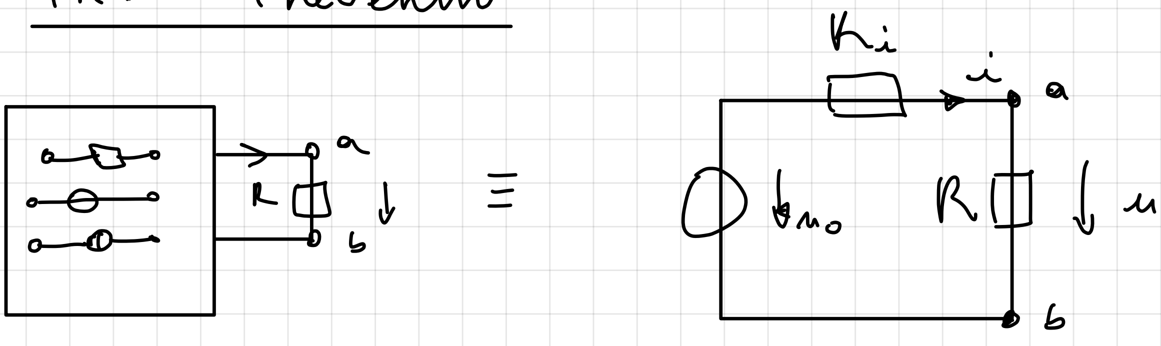


annuler

annuler



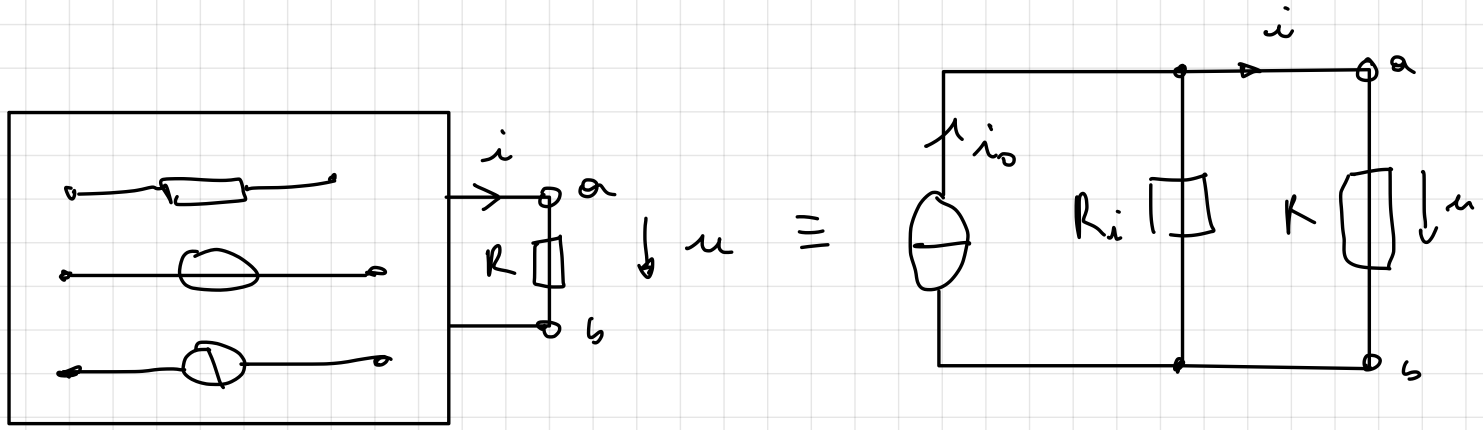
Th. Thévenin



$$u = u_0 \frac{R}{R + R_i}$$

1. identifier R, a, b → ouvrir
2. calculer tension a & b → $u_{ab} = u_0$
3. annuller toutes les sources + calculer Resistance equivalente
→ R_i

Th. Norton



$$i = i_0 \frac{R_i}{R + R_i}$$

1. identifier R, a, b
2. court circuiter a, b → calc $i_{ab} = i_0$
3. ouvrir R, annuler sources → calc R_i

Composent et définit°

conducteur : permet aux charges de se déplacer
≠ Isolant (Isol. => conducteur → tension claquage)

Semi-conducteur : isolant → dopage

circuit ouvert : ≠ de courant (e^- dans tt les sens)
circuit fermé : courant ⟵ ddp

ddp : $U_{AB} = U_A - U_B$ [Volts] [$kg\, m^2 s^{-3} A^{-1}$] "tension"

courant A → B

courant : débit charge / temps $i(t) = \frac{dq}{dt}$ [Ampère] "intensité"

coulomb $= 6,24 \cdot 10^{18}$ [A·s]

sens courant = déplacement p+
courant & tension ≠ sens

Source idéale de tension : tension continue "u" indépendante du courant "i"

Source idéale de courant : courant continu "i" indépendant de la tension "u"

Résistance : matériaux qui s'oppose au courant élec ; $R = \rho \frac{\ell}{S}$ [Ω] [$V A^{-1}$]

court circuit : $R \to 0$
circuit ouvert : $R \to \infty$
conductance (≠) : $G = \frac{1}{R}$ [Siemens] [$A V^{-1}$]
puissance inst : $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ [Watt]
capacité : qtt de charge accumulée sous l'effet d'une ddp

E accumulée-s

$Q = C U_{AB}$ [Farad] [$A s V^{-1}$]

$\frac{q(t)}{dt} = C \frac{u(t)}{dt} = i(t)$

$W_c(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$

→ circuit ouvert

inductance : lisse le courant $\Phi_t(t) = L\, i(t) = N\, \Phi(t)$ [V·m] E accumulée e-m

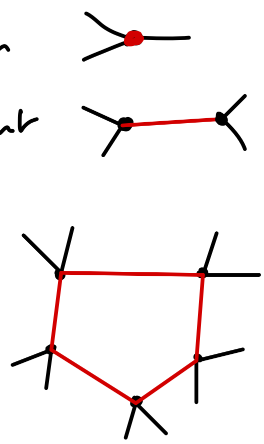
(Φ_t : flux tot ; L : inductance ; intensité ; N : nb de boucle ; Φ : flux (spire))

$u(t) = L \frac{di}{dt}$

L = [Henry] = [$V s A^{-1}$]

→ circuit fermé

noeud (n) : convergence 3 (ou +) conducteurs
Branche (b) : lel 2 noeuds et traversé ≠ courant
Maille (m) : ensembles des branches parcourus partant d'1 noeud pour y revenir sans passer 2x par la ≠ branche



Made with Goodnotes

Formule et transformé de circuits

Loi d'Ohm

$u(t) = R\,i(t)$

$p(t) = R\,i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$

Energie : $\int p(t)\,dt$

=> perte Joule $W(t) = \int_0^t p(\tau)\,d\tau$

Loi de Kirchhoff

noeuds $\sum_{j=1}^{N} I_j = 0$

maille $\sum_{j=1}^{N} U_j = 0$

Mise en série

→ éléments parcourus par le même courant

tension : $U_s = \sum_i U_i$

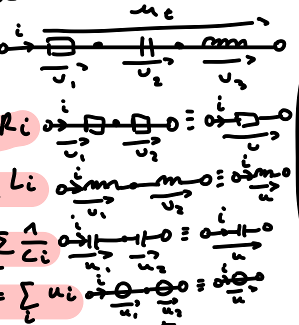
Resistance : $R_s = \sum_i R_i$

inductance : $L_s = \sum_i L_i$

capacité : $\frac{1}{C_s} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Source tension : $u_s = \sum_i u_i$

⚠ un tension produite



Mise en parallèle

→ u le même aux bornes de tous les composants

courants $I = \sum_k i_k$

résistance : $\frac{1}{R_p} = \sum_k \frac{1}{R_k}$

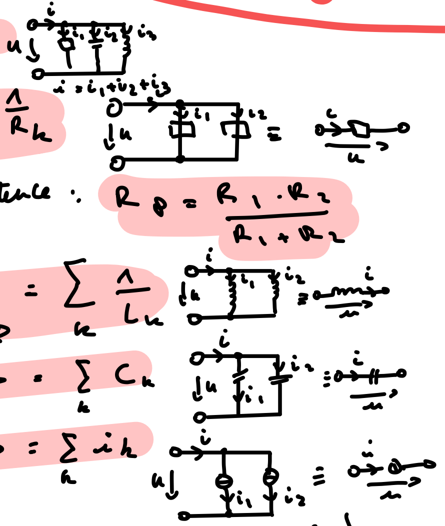
Pour 2 résistance : $R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

inductance : $\frac{1}{L_p} = \sum_k \frac{1}{L_k}$

capacité : $C_p = \sum_k C_k$

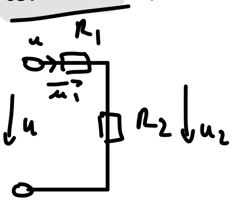
Source courant : $i_p = \sum_k i_k$

⚠ un courant produit



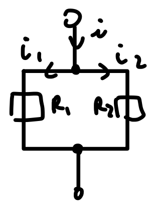
Diviseurs

tension : → un courant qui traverse



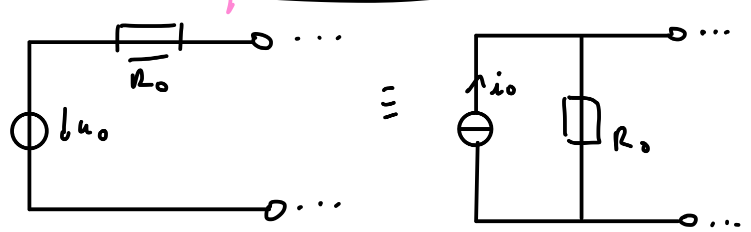
$u_k = R_k\,i = R_k \frac{u}{R}$

courant : → un tension aux bornes



$i_k = \frac{u}{R_k} = \frac{R}{R_k + R} \cdot i$

équivalence

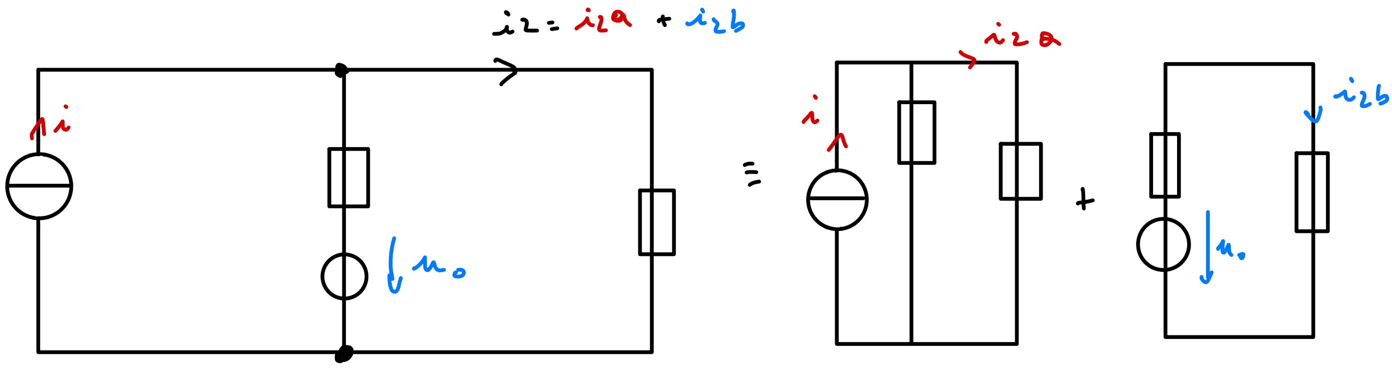


$u_0 \downarrow \uparrow i_0$

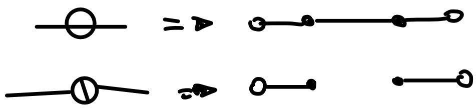
Série <=> parallèle

$u_0 = i_0 R_0$

Superposition



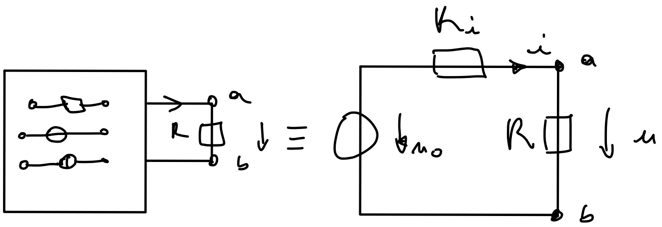
annuler :



→ i_{2a} & i_{2b} ne doivent pas ê modifié

simplification de circuits

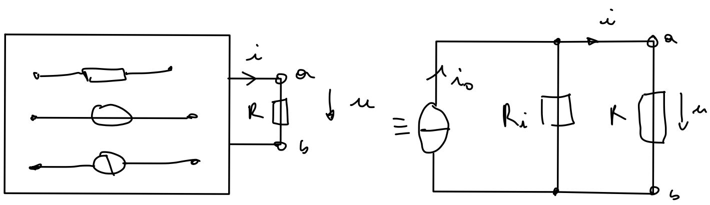
Thevenin



$$u = u_0 \frac{R}{R + R_i}$$

1. identifier R, a, b → ouvrir
2. calculer $U_{ab} = u_0$
3. annuler tt les sources + calculer R équivalente : R_i

Norton



$$i = i_0 \cdot \frac{R_i}{R + R_i}$$

1. identifier R, a, b
2. court circuiter a, b → $i_{ab} = i_0$
3. ouvrir R, annuler sources → calculer R_i

Phaseur : moyen simple de représenter u et i sinusoïdal
. dépend de x des temps
. basé calcul de et relation d'euler.

$\mathbb{C}$: $j = \sqrt{-1}$ $\quad r = |z| = \sqrt{a^2+b^2}$

$\underline{z} = a + jb$ $\quad Arg(z) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \theta$

$= r(\cos\theta + j\sin\theta)$

Formule euler : $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

conjugué $e^{-j\theta}$

add : $\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$

Sous : $\sin\theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$

$z = re^{j\theta}$

$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{j\theta_1 + j\theta_2}$

$z^{-1} = \frac{1}{r} e^{-j\theta}$

identité

$e^{j2k\pi} = 1 \quad k \in \mathbb{Z}$

$e^{j(\pi)} = -1$

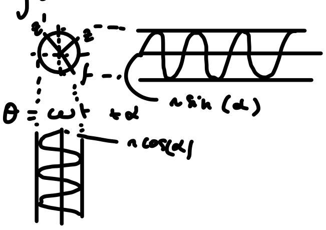
$e^{j(\frac{\pi}{2})} = j$

$e^{j(-\frac{\pi}{2})} = -j$

dérivé et primitive

$\frac{dz}{d\theta} = re^{j(\theta + \frac{\pi}{2})}$

$\int z\, d\theta = re^{j(\theta - \frac{\pi}{2})}$



$\Rightarrow \theta = \omega t + \alpha$

phaseur crête complexe : $\hat{\underline{X}} = \hat{X} e^{j\alpha}$

$= \sqrt{2}\, X e^{j\alpha}$

phaseur efficace complexe : $\underline{X} = X e^{j\alpha}$

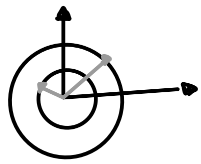
relat°

$\underline{U} = Ue^{j\alpha}$ $\quad u(t) = \sqrt{2}\, U\cos(\omega t + \alpha) = Re\{\sqrt{2}\, U e^{j(\omega t + \alpha)}\}$

$\underline{I} = Ie^{j\beta}$ $\quad i(t) = \sqrt{2}\, I\cos(\omega t + \beta) = Re\{\sqrt{2}\, I e^{j(\omega t + \beta)}\}$

$\boxed{\varphi = \alpha - \beta}$ déphasage tension & courant.

add & sous : vectoriel



mult : $\underline{U}_1 \cdot \underline{U}_2 = U_3 e^{j\alpha_3}$

$U_3 = U_1 \cdot U_2$

$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2$

dérivat°

$\underline{x} = \hat{x}\, e^{j(\omega t + \alpha)}$

$\underline{x}' = \underline{y} = j\omega \underline{x}$

$\frac{d^n \underline{x}}{dt^n} = (j\omega)^n \underline{x}$

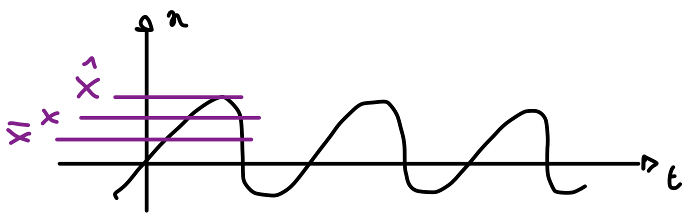
intégrat° : $\int \underline{x}\, dt = \frac{1}{j\omega} \underline{x}$

Circuit sinusoïdal monophasé

avance de phase :

$u_2 - u_1 > 0$

retard : $u_1 - u_2 > 0$



$x(t) = x(t + nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, T la période [s]

$\hat{x}$: valeur crête (max)

$\bar{x}$: valeur moyenne $= \frac{1}{T}\int_T x(t)\,dt$

X : valeur efficace $= \sqrt{\frac{1}{T}\int_T x^2(t)\,dt}$

Sinus : $x(t) = A\sin(\omega t + \alpha)$ $\quad$ A : Amplitude = crête

α = déphasage

$\bar{x} = 0$

$X = \frac{A}{\sqrt{2}}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad . s⁻¹]

$f = \frac{1}{T}$ [Hz] [s⁻¹]

: **Dérivée** : $A\omega\cos(\omega t + \alpha)$

$= -A\omega\sin(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2})$

intégral : $-\frac{A}{\omega}\cos(\omega t + \alpha) = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2})$

Somme : $\sin(\omega t + \alpha) + \sin(\omega t + \beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

$u(t) = \hat{U}\sin(\omega t + \beta_1)$ $\quad \hat{U} = \sqrt{2}\, U$

$i(t) = \hat{I}\sin(\omega t + \alpha)$ $\quad \hat{I} = \sqrt{2}\, I$

$p(t) = R\, i^2(t)$

$\bar{P} = \frac{R\hat{I}^2}{2} = RI^2$

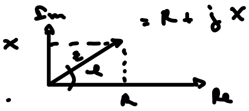
Composants et réseaux

Impédance complexe

semblable à la résistance

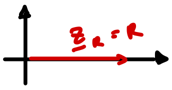
$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = Z e^{j\varphi} \quad [\Omega] \qquad Z = \frac{U}{I}$$

$= R + jX$



$\underline{U} = R\underline{I} = \underline{Z}_R \underline{I}$ ↳ ℝ

$\underline{Z}_R = Z_R e^{j\varphi}$ ⇒ $\varphi = 0$

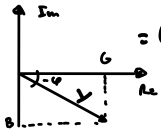


Admittance complexe

conductance

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{i}(t)}{\underline{u}(t)} = Y e^{-j\varphi} \quad [S] \qquad Y = \frac{I}{U}$$

$= G + jB$



$\underline{I} = \frac{1}{R}\underline{U} = \underline{Y}_R \underline{U}$

$\underline{Y}_R = Y_R e^{-j\varphi} = \frac{1}{R} = G_R$ ↳ ℝ

$-\varphi = 0$

Résistance

$R = \mathrm{Re}(\underline{Z}) = Z\cos(\varphi)$

Réactance

$X = \mathrm{Im}(\underline{Z}) = Z\sin(\varphi)$

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$

$\underline{Z} = R + jX$

Conductance

$G = \mathrm{Re}(\underline{Y}) = Y\cos(\varphi)$

Susceptance

$B = \mathrm{Im}(\underline{Y}) = -Y\sin(\varphi)$

$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$

$\varphi = \arctan\left(-\frac{B}{G}\right)$

$\underline{Y} = G + jB$

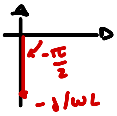
Inductance

$\underline{Z}_L = Z_L e^{j\varphi} = j\omega L$ ↳ ℂ | $R_L = 0$, $X_L = \omega L$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L}$ | $G = 0$, $B = -\frac{1}{\omega L}$

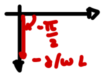
$-\varphi = -\frac{\pi}{2}$



Capacité

$\underline{Z}_C = Z_C e^{j\varphi} = \frac{1}{j\omega C}$ | $R = 0$, $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$



$\underline{Y}_C = j\omega C$ | $G_C = 0$, $B = \omega C$

$-\varphi = \frac{\pi}{2}$

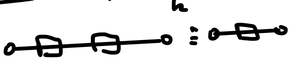
Réseaux impédance

$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$, $\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}$ } loi d'ohm généralisée

$\sum_k \underline{I}_k = 0$, $\sum_k \underline{U}_k = 0$ } loi Kirchhoff généralisée

Série

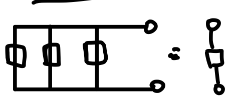
impédance : $\underline{Z}_s = \sum_k \underline{Z}_k$



admittance : $\underline{Y}_s = \frac{1}{\underline{Z}_s} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Y}_k}} =$

Parallèle

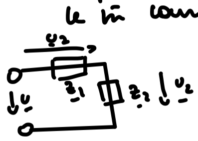
admittance : $\underline{Y}_p = \sum_k \underline{Y}_k$



impédance : $\underline{Z}_P = \frac{1}{\underline{Y}_p} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}}$

Diviseur de tension

→ impédance traversée par le même courant complexe

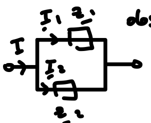


$\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{U}$

$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{U}$

Diviseur de courant

→ même tension aux bornes des impédances



$\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{I}$

$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \cdot \underline{I}$

Puissance

$p(t) = UI\cos(\varphi) + UI\cos(2\omega t + \alpha + \beta)$

si $\varphi = 0$ valeur max $= UI$

$p(t) = UI\cos(\varphi)(1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)) + UI\sin(\varphi)\sin(2\omega t + 2\alpha)$

- Puissance active (P) : p(t) moyenne

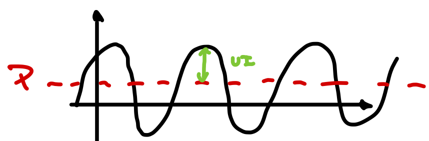
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = UI\cos\varphi \quad [W]$$ → E convertible en travail

- Puissance réactive (Q) : amplitude composante alternative

$$Q = UI\sin\varphi \quad [VAR] = [W]$$ volt ampère réactive

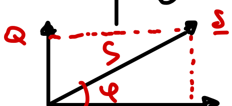
→ échange E non-convertible

- Puissance apparente (S) : $S = UI$ [VA] $= \sqrt{P^2 + Q^2}$



- Puissance complexe ($\underline{S}$) : $\underline{S} = P + jQ$

$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^*$ ↳ conjugué complexe



↷ impédance $\begin{cases} P = RI^2 \\ Q = XI^2 \end{cases}$

↷ admittance $\begin{cases} P = GU^2 \\ Q = -BU^2 \end{cases}$

Facteur de puissance :

déf : $\cos\varphi = \frac{P}{S} \in [0;1]$

$\cos\varphi \to 1$: résistif

$\to 0$: inductif / capacitif

Correction fact puis :

$UI\cos\varphi \longrightarrow UI$

↳ annuler puissance réactive (ajouts composants) (condensateurs)